DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2021

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **8** pages numérotées de la page **1 sur 8** à la page **8 sur 8**.

L'ANNEXE de la page 8 sur 8 est à rendre avec la copie

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	24 points
Exercice 2	21 points
Exercice 3	16 points
Exercice 4	19 points
Exercice 5	20 points

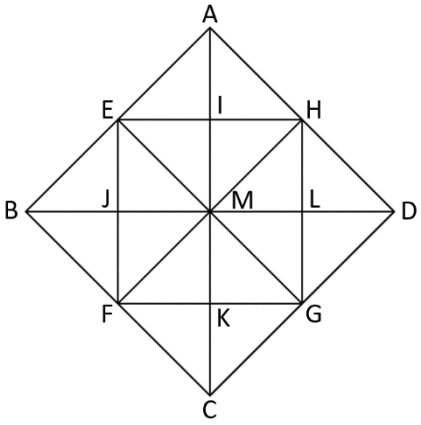
L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non abouties. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf mention contraire.

Exercice 1 : (24 points)

Dans cet exercice, chaque question est indépendante. Aucune justification n'est demandée.

1) Décomposer 360 en produit de facteurs premiers.

2) A partir du triangle BEJ, rectangle isocèle en J, on a obtenu par pavage la figure ci-contre.



   a) Quelle est l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) ?

   b) Quelle est l'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B ?

   c) Par quelle transformation passe-t-on du triangle AIH au triangle AMD ?

3) Calculer en détaillant les étapes :

$$\frac{7}{2}+\frac{15}{6}\times\frac{7}{25}$$

   On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

4) Pour cette question, on indiquera sur la copie l'unique bonne réponse. Sachant que le diamètre de la Lune est d'environ 3 474 km, la valeur qui approche le mieux son volume est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$12{,}3\times10^{17}\ \text{km}^3$	$1\,456\,610\ \text{km}^3$	$1{,}8\times10^{11}\ \text{km}^3$	$2{,}2\times10^{10}\ \text{km}^3$

5) On considère un triangle RST rectangle en S. Compléter le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.
   On arrondira la valeur des angles à l'unité.

Exercice 2 : (21 points)

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1) Donner sans justification les issues possibles.

2) Quelle est la probabilité de l'évènement A : « On obtient 2 » ?

3) Quelle est la probabilité de l'évènement B : « On obtient un nombre impair » ?

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1) Quelle est la probabilité de l'évènement C : « le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel événement ?

2) Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

   a) Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.

   b) Donner la liste des scores possibles.

3)

   a) Déterminer la probabilité de l'évènement D : « le score est 10 ».

   b) Déterminer la probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 ».

   c) Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

Exercice 3 : (16 points)

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A



Programme B



Programme C

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

1)

a) Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».

b) Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient -15 ».

2) Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?

3) Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

4)

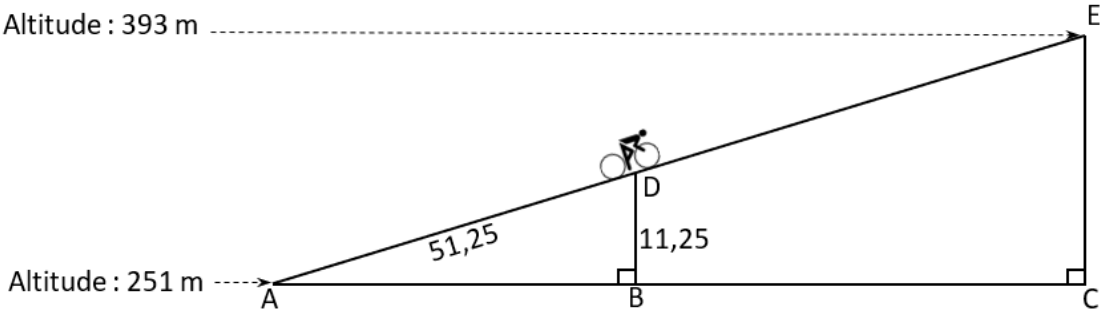
a) Résoudre l'équation $(x+3)(x-5)=0$.

b) Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il « On obtient 0 » ?

5) Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A ?

Exercice 4 : (19 points)

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.
Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.
Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires.
Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1) Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura parcouru, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.

2)
   a) Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.
   b) Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

3) On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.
   Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9h55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute.

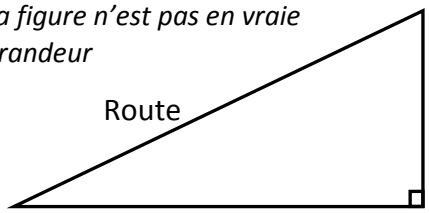
4) La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

$$pente = \frac{dénivelé}{longueur\ horizontale\ parcourue}.$$

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5%.

Exemple d'une pente à 13%
La figure n'est pas en vraie grandeur



Exercice 5 : (20 points)

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus » pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal » qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1) Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski. Compléter, sans justifier, le tableau fourni en ANNEXE à rendre avec la copie.

2) Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.
On considère les trois fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 90 + 18{,}5x$ $\qquad$ $g(x) = 448{,}5$ $\qquad$ $h(x) = 36{,}5x$

   a) Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?

   b) Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.

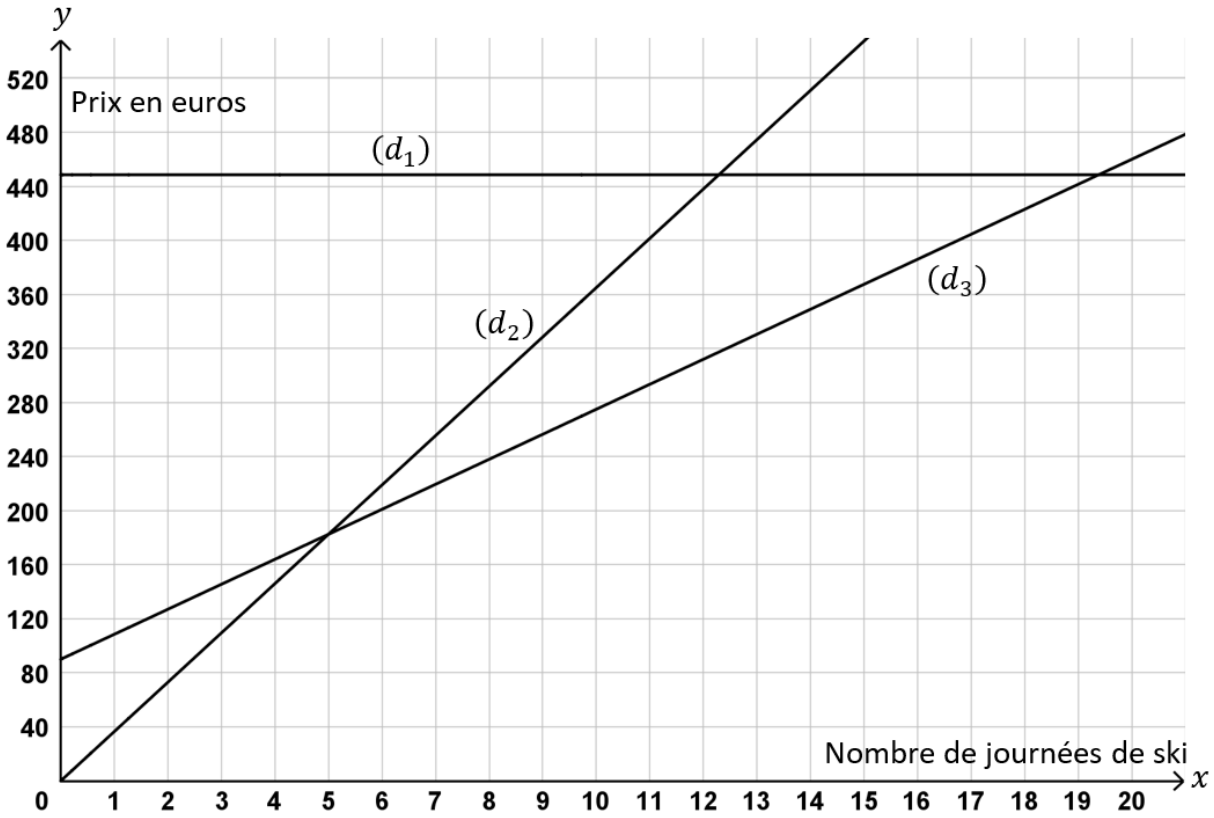
   c) Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.

3) On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique page 7.
Sans justifier et à l'aide du graphique :

   a) Associer chaque représentation graphique (d_1), (d_2) et (d_3) à la fonction f, g ou h correspondante.

   b) Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.

   c) Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.


y
Prix en euros
520
480
440
400
360
320
280
240
200
160
120
80
40
0
(d_1)
(d_2)
(d_3)
Nombre de journées de ski
x
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1 question 5) :

Longueurs	Angles	Périmètre du triangle RST	Aire du triangle RST
RS = 10 mm	$\widehat{RST} = 90°$		
ST = 24 mm	$\widehat{STR} \approx$	$\mathcal{P} =$	$\mathcal{A} =$
RT = 26 mm	$\widehat{SRT} \approx$		

Exercice 2 Partie 2 question 2) a) :

Dé rouge \ Dé vert	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						

Exercice 5 question 1) :

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €		
Formule B	127 €		
Formule C	448,50 €		